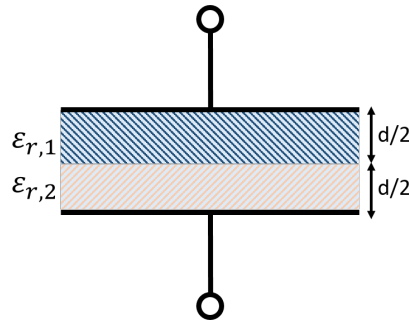


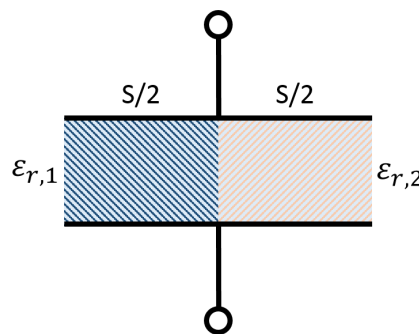
## Série 10

**Exercice 1 : Condensateur plan avec des diélectriques**

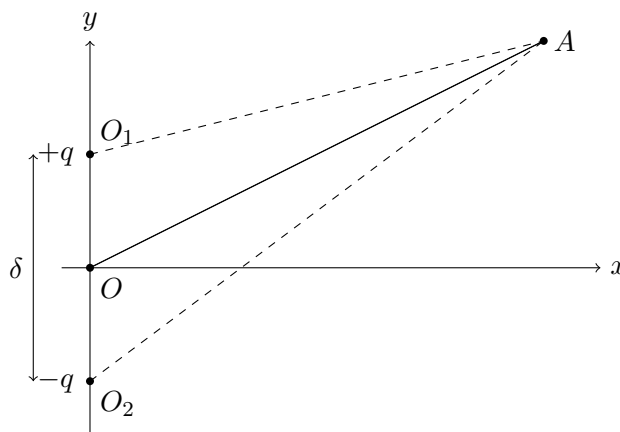
Soit un condensateur plan de surface  $S$  pour lequel les effets de bord sont négligeables. Les 2 plaques sont séparées par une distance  $d$ . On remplit le condensateur par deux diélectriques de permittivités relatives  $\varepsilon_{r,1}$  et  $\varepsilon_{r,2}$  sur une surface  $S$  et une épaisseur  $d/2$  pour chacun des diélectriques.



- (a) Montrez que la capacité est  $C = \frac{2\varepsilon_0 S}{d} \frac{\varepsilon_{r,1} \cdot \varepsilon_{r,2}}{\varepsilon_{r,1} + \varepsilon_{r,2}}$ .
- (b) Refaites le même problème avec le condensateur de la figure ci-dessous (chacun des diélectriques sur une surface  $S/2$  et épaisseur  $d$ ) et montrez que la capacité du condensateur est  $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \frac{\varepsilon_{r,1} + \varepsilon_{r,2}}{2}$ .

**Exercice 2 : Champ et potentiel d'un dipôle électrique**

Soient deux charges  $+q$  et  $-q$  séparées par une distance  $\delta$ .



On définit  $\vec{OA} = \vec{r}$ ,  $\vec{OO_1} = \frac{1}{2}\delta\vec{e}_y = \frac{1}{2}\vec{\delta}$ ,  $\vec{OO_2} = -\frac{1}{2}\delta\vec{e}_y = -\frac{1}{2}\vec{\delta}$ , avec  $\|\vec{r}\| \gg \|\vec{\delta}\|$ .

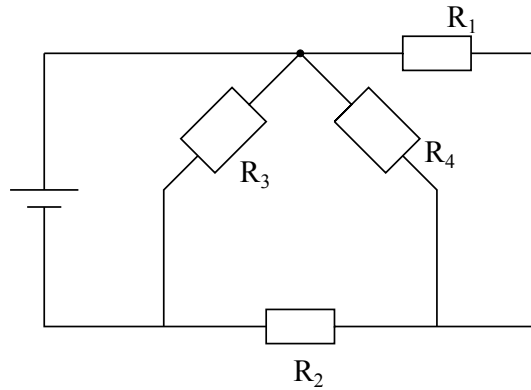
- (a) Écrire le potentiel en  $A$  en ne gardant que les termes du premier ordre en  $\delta$ .  
 (b) Dans la même approximation, trouver le champ  $\vec{E}$ .

**Indication :**

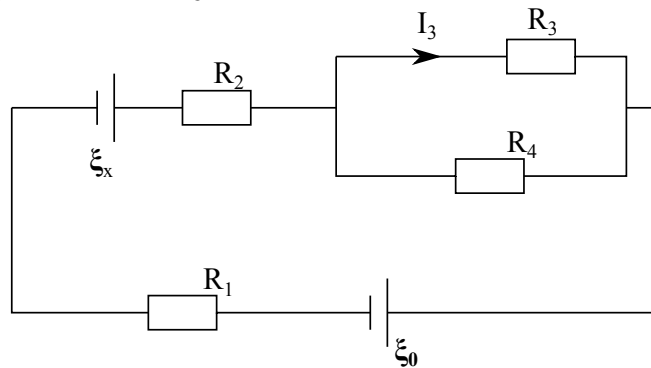
$$\frac{1}{\|\vec{r} + \vec{\epsilon}\|} = \frac{1}{\|\vec{r}\|} - \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} + \mathcal{O}(\|\vec{\epsilon}\|^2)$$

### Exercice 3 : Étude des circuits - partie 1

- (a) Calculez la résistance équivalente dans le circuit suivant

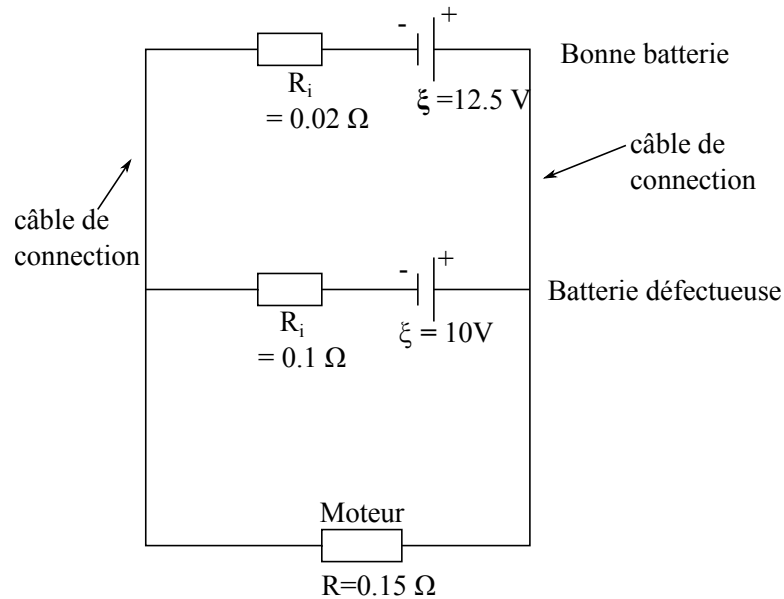


- (b) Trouvez la fem inconnue  $\xi_x$  dans le circuit suivant sachant les valeurs des résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ , la fem  $\xi_0$  et le courant  $I_3$ .



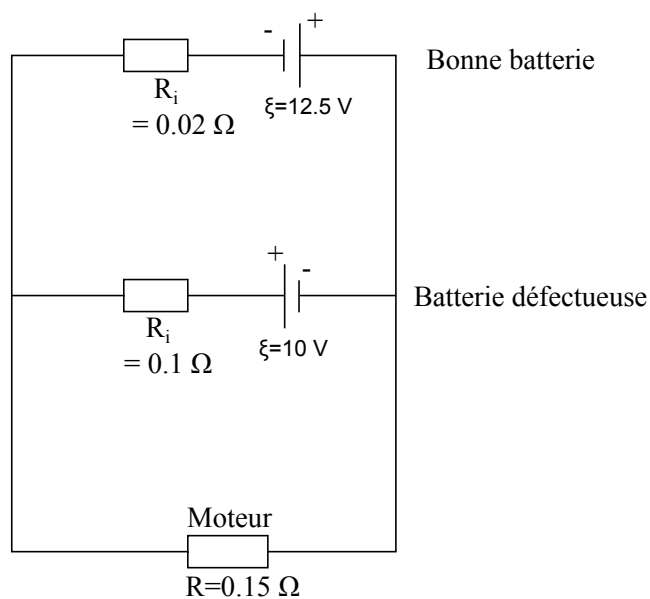
#### Exercice 4 : Étude des circuits - partie 2

- (a) Votre batterie de voiture est à plat. Lorsque votre batterie est à plat, vous faites le circuit suivant avec une bonne batterie :



Calculez le courant  $I$  dans le moteur.

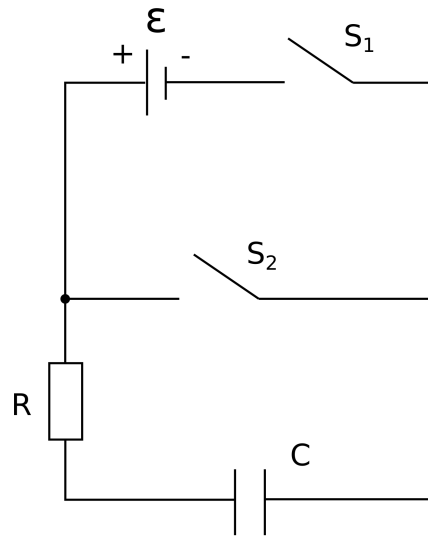
- (b) Cette fois, vous avez fait une erreur de branchement.



Pourquoi ce montage est-il dangereux ?

### Exercice 5 : Circuit RC

On considère la situation suivante :



- (a) Dans un premier temps l'interrupteur  $S_1$  est fermé et l'interrupteur  $S_2$  est ouvert. Le condensateur  $C$  (initialement non chargé) se charge grâce à la force électromotrice (fem)  $\mathcal{E}$ . La charge s'arrête lorsque la différence de tension aux bornes de  $C$  vaut  $\mathcal{E}$ . Écrire l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge du condensateur et la résoudre.
- (b) On ouvre alors  $S_1$  et on ferme  $S_2$ . Le condensateur se décharge. Écrire l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge du condensateur et la résoudre.

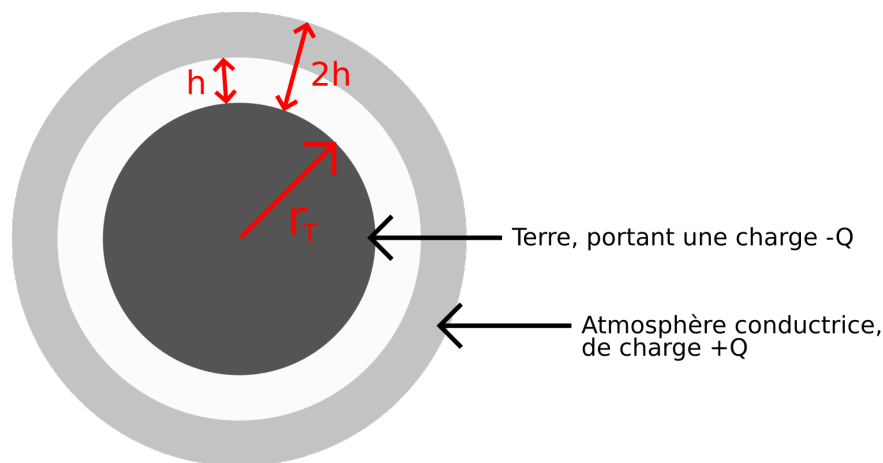
### Exercice 6 : La Terre, un condensateur sphérique (Examen 2018)

La Terre est constamment frappée par des éclairs, dont la grande majorité transportent des charges négatives vers le sol. Cela a pour effet de charger négativement la Terre et positivement la haute atmosphère, située entre les altitudes  $h$  et  $2h$ . La Terre et la haute atmosphère peuvent être considérée comme de bon conducteurs.

Dans un premier temps, on ne tient pas compte de la présence des éclairs et on considère une situation électrostatique.

On assimile la Terre ainsi que la haute atmosphère à des conducteurs sphériques, isolés électriquement l'un de l'autre par la couche de basse atmosphère, isolante, située entre les altitudes 0 et  $h$ .

La Terre porte une charge  $-Q$ , et la haute atmosphère une charge  $+Q$ . On suppose que le reste de l'espace est constitué de vide.



- (a) Dessinez qualitativement la situation en régime statique, en indiquant la direction et le sens du champ électrique  $\vec{E}$  ainsi que la distribution des charges.
- (b) Déterminez  $\vec{E}$  dans tout l'espace.
- (c) La tension entre la Terre et la partie conductrice de l'atmosphère vaut  $U = 400 \text{ kV}$ . Exprimez  $Q$  en fonction de  $U$ ,  $r_T$ , et  $h$ . Déterminez la valeur de  $Q$  en considérant que  $r_T = 6370 \text{ km}$ ,  $h = 50 \text{ km}$  et  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ s}^4 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3}$ .
- (d) Déterminez la capacité du condensateur formé par la Terre et par la partie conductrice de l'atmosphère. Quelle est l'énergie électrique stockée dans ce système? Donnez les résultats sous forme d'expressions littérales avant de procéder à l'application numérique.
- (e) En réalité, la basse atmosphère (l'air entre les deux conducteurs) n'est pas un isolant électrique parfait. Par conséquent, il se forme une densité de courant faible mais non-nulle dirigée vers la Terre. On considère que cette densité de courant est répartie de manière homogène à travers la surface extérieure de la Terre et qu'elle est constante dans le temps de telle sorte que l'on puisse l'écrire sous la forme  $\vec{j}(\vec{r}, t) = -j(r)\vec{e}_r$ .  
On suppose que la Terre est frappée par 100 éclairs par secondes, chacun apportant une charge de  $20 \text{ C}$  sur la Terre. Dans ce cas, quelle est la valeur de  $j(r)$  à la surface de la Terre nécessaire pour que sa charge soit stationnaire?